

L'ADDITION

ADDITION : DEFINITIONS (2)		PROPRIETES	FORMES DE CALCULS			REPERES :
<p>→ Cardinale : $a + b$ = nombre d'éléments.</p> <p>→ Ordinale : $a + b$ = nombre atteint en comptant b nombres consécutifs après a.</p> <p>→ L'addition = l'opération</p> <p>→ La somme = le résultat du calcul.</p> <p>→ Termes = nombres utilisés dans une addition.</p>		<p>→ P1 : La commutativité → $a + b = b + a$.</p> <p>→ P2 : L'associativité → $(a + b) + c = a + b + c$</p> <p>→ P3 : L'élément neutre → $a + 0 = a$.</p> <p>→ P4 : La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition → $k*(a+b) = k*a+k*b$</p> <p>→ P5 : La compatibilité avec l'ordre → si $a < b$ alors $a + c < b + c$</p>	<p>→ Quatre catégories :</p> <p>Le calcul mental (sans trace écrite). Le calcul en ligne. Le calcul posé (en colonnes). Le calcul instrumenté (calculatrice, boulier...).</p> <p>→ Deux types :</p> <p>Calcul automatisé (ex: tables d'addition) Calcul réfléchi (combinaison de résultats mémorisés).</p>			<p>CP: Signes « + » et « = » introduits en même temps.</p> <p>CP → CM1 : Nombres entiers</p> <p>CM1 → ... : Addition étendue aux nombres décimaux</p>
CALCUL MENTAL	PROCEDURES		VARIABLES	ERREURS TYPES	DIFFERENCIATION	
	<ul style="list-style-type: none"> Utilisation de matériel Surcomptage (mémoriser le plus grand et compter sur ses doigts (ou dans sa tête) afin d'ajouter le plus petit) Réorganisation des calculs : commutativité et associativité de l'addition : Ex : $17 + 3 + 5 \rightarrow 17 + 5 + 3$ Ajouts séparés des centaines, dizaines et unités : il faut réussir à décomposer mentalement les nombres Ex : $123 + 245 = 100 + 200 = 300, \dots$ Résultats mémorisés pour réussir à faire les calculs en ligne, les calculs posés, pour automatiser certains calculs, gagner du temps. <p>→ FACILITER MEMORISATION : Avec manipulations, Travail sur les doubles, les compléments à 10, à 100 etc ; La famille des nombres ; Les tables d'additions.</p>		<p>→ Choix des nombres</p> <p>→ Matériel</p> <p>→ Temps</p>	<p>→ Mauvaise mémorisation</p> <p>→ Non maîtrise de la file numérique</p>	<p>→ Nombres utilisés</p> <p>→ Matériel (calculatrice par exemple).</p>	
CALCUL EN LIGNE	PROCEDURES : Surcomptage, regroupement, arbre de calcul (qui nécessite P2 et P1), décomposition.					
CALCUL POSE (en colonnes)	<p>→ Ajout séparé des unités entre elles, des dizaines entre elles etc.</p> <p>→ La retenue consiste à grouper en paquets de 10 des unités d'un rang donné pour les reporter au rang supérieur.</p> <p>→ Le processus algorithmique de l'addition : « ... + ... donne ... »</p> <p>→ « Je pose... » et « Je retiens... » traduit les groupements / échanges et le report au rang supérieur.</p>		<p>ERREURS TYPES :</p> <ul style="list-style-type: none"> Mauvais alignement des chiffres. Non maîtrise de l'algorithme. Erreur de calcul ou mauvaise mémorisation. 			

LA SOUSTRACTION

SOUSTRACTION : DEFINITIONS (3)

- **Cardinale** : $a - b$ = nombres d'éléments qui appartiennent à A sans appartenir à B (a et b sont tous deux les nombres d'un ensemble A et d'un sous-ensemble B issu de A).
- **Ordinale** : $a - b$ = nombre atteint en comptant b nombres avant a .
- **A partir de l'addition** : $a - b = K \leftrightarrow b + K = a$.
- **La soustraction** = l'opération
- La **différence** = le résultat du calcul.
- **Termes** = nombres utilisés dans une soustraction.

PROPRIETES

- **P1** : 0 commutative.
- **P2** : 0 associative.
- **P3** : L'élément neutre → à droite mais pas à gauche : $a - 0 = a$.
- **P4** : La compatibilité avec l'ordre → si $a < b$ alors $a + c < b + c$
- **P5** : Différences constantes ou égales : $a - b = (a+k) - (b+k)$.

TECHNIQUES DE LA SOUSTRACTION POSÉE :

reposent chacune sur des propriétés mathématiques différentes avec des retenues qui ont un sens différent

Méthode de la dizaine brisée :

$$\begin{array}{r} 7 \\ 78 \cancel{1} 2 \\ - 254 \\ \hline \end{array}$$

Opération

Méthode par « ajouts simultanés » :

$$\begin{array}{r} 78 \cancel{1} 2 \\ - 254 \\ 1 \\ \hline \end{array}$$

Opération

Méthode par complément :

$$\begin{array}{r} 782 \\ - 254 \\ 1 + \\ \hline \end{array}$$

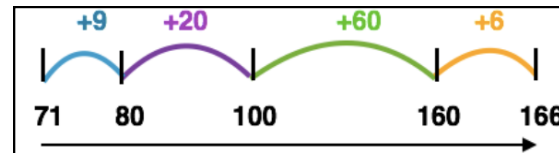
8

PROCEDURES POUR CALCUL SOUSTRACTIF

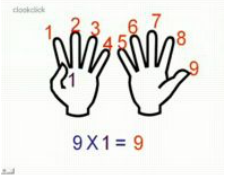
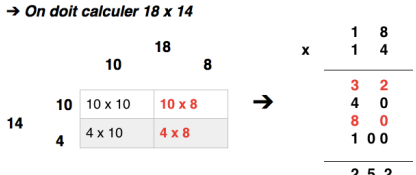
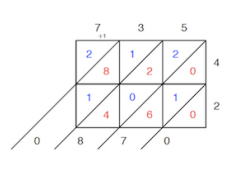
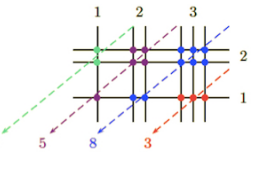
Exemple « course à zéro » :

-1 ↘	171 - 69	↘ -1
-60 ↘	170 - 68	↘ -60
-8 ↘	110 - 8	↘ -8
	102 - 0	

- **Décomptage** (compte à rebours)
- **Utilisation de la propriétés des différences égales**
- **Réduction progressive du nombre entier** à retirer : appelée parfois course à zéro (s'appuie sur les multiples de 10).
- Technique du **rendu de monnaie** : consiste à compléter progressivement le nombre le plus petit pour atteindre le plus grand.



LA MULTIPLICATION

MULTIPLICATION : DEFINITIONS (2)	PROPRIETES	FORMES DE CALCULS			REPERES :														
<p>→ Cardinale ou à partir de la notion d'ensemble $a \times b$ = nombre d'éléments de l'ensemble $A \times B$, produit cartésien de A et de B (cf. <i>tableau à double entrée</i>).</p> <p>→ A partir de l'addition itérée : $a \times b = a$ répété b fois.</p> <p>→ La multiplication = l'opération</p> <p>→ Le produit = le résultat du calcul.</p> <p>→ Facteurs = nombres utilisés.</p>	<p>→ P1 : La commutativité → $a \times b = b \times a$.</p> <p>→ P2 : L'associativité → $(a \times b) \times c = a \times b \times c$</p> <p>→ P3 : L'élément neutre → $a \times 1 = a$. L'élément adsorbant → $a \times 0 = 0$.</p> <p>→ P4 : La distributivité sur l'addition → $k \times (a+b) = k \times a + k \times b$ et sur la soustraction.</p> <p>→ P5 : La compatibilité avec l'ordre → si $a < b$ alors $a \times c < b \times c$</p>	<p>→ Deux catégories :</p> <p>Le calcul mental (sans trace écrite). Le calcul écrit : en colonnes ou avec des aides :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Technique de la table de 9 sur les doigts. • Technique du tableau • Multiplication par « gelosia » • Méthode avec les baguettes (chinoise) • Multiplication russe. <p><i>Cf. CM Ravier.</i></p>			<p>CP : début de l'apprentissage avec les doubles.</p> <p>CE1 : symbole « x » est introduit. → 2 situations de référence : collections rangées par paquets équipotents (<i>addition itérée</i>) situation présentant une organisation en lignes et en colonnes (<i>addition cardinale</i>)</p>														
<p>PROCEDURES CALCUL MENTAL : (De manière générale, le calcul mental avec multiplications est complexe).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Addition itérée : pour le calcul des doubles, des triples : $3 \times 4 = 4 + 4 + 4$. • La règle des zéros : produit par 10, 100 ... • Décomposition d'un des termes en dizaines et unités. • Utilisation des doigts. 																			
<p>CALCUL ECRIT EN COLONNES</p>	<p>Une seule technique qui s'appuie sur :</p> <p>→ La décomposition d'un des facteurs du produit en centaines, dizaines et unités.</p> <p>→ La règle des zéros.</p> <p>→ La distributivité de la multiplication sur l'addition.</p>		<p>ERREURS TYPES :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Maitrise de l'algorithme • Alignement des chiffres • Retenues • Décalages • Mémorisation des tables • Différents calculs 			<p>CE2 → CM1 : Nombres entiers</p> <p>CM1 → ... : Nombres décimaux</p>													
<p>AIDES APORTEES</p>	<p>Technique de la table de 9 :</p> 	<p>Technique du tableau :</p> <p>→ On doit calculer 18×14</p> 	<p>Par gelosia :</p> 	<p>Chinoise :</p> 	<p>Russe :</p> <table border="1" data-bbox="1870 1117 2094 1332"> <thead> <tr> <th>COLONNE 1</th> <th>COLONNE 2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>26</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>13</td> <td>34</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>66</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>136</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>+ 272</td> </tr> <tr> <td></td> <td>442</td> </tr> </tbody> </table>	COLONNE 1	COLONNE 2	26	17	13	34	6	66	3	136	1	+ 272		442
COLONNE 1	COLONNE 2																		
26	17																		
13	34																		
6	66																		
3	136																		
1	+ 272																		
	442																		

LA DIVISION EUCLIDIENNE

DIVISION EUCLIDIENNE : DEFINITION	PROPRIETES	VOCABULAIRE				
<p>→ La division euclidienne de a par b est l'opération par laquelle on associe à a et b les entiers naturel q (quotient) et r (reste) : a = (b x q) + r, avec r < b.</p> <p>→ Le résultat étant un couple de deux nombres, la division euclidienne n'est donc pas une opération au sens mathématique du terme.</p> <p>→ <u>Cas particulier</u> : lorsque r = 0 on dit que la division est une division à quotient exact.</p>	<p>→ P1 : Conservation du quotient : le quotient n'est pas modifié si on multiplie ou divise les deux termes de la divisions par le même nombre k.</p> <p>→ P2 : Division d'une somme : dans l'ensemble Q (nombres rationnels) on note :</p> $\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$	<div style="text-align: center;"> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">Dividende</td> <td style="padding: 5px;">Diviseur</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">Reste</td> <td style="padding: 5px;">Quotient</td> </tr> </table> </div> <div style="text-align: center; border: 2px solid orange; border-radius: 15px; padding: 10px; margin-top: 20px;"> Dividende = diviseur x quotient + reste. </div>	Dividende	Diviseur	Reste	Quotient
Dividende	Diviseur					
Reste	Quotient					

Deux significations

DIVISION PARTITION Recherche de la valeur d'une part. Ex : « On dispose de 45 bonbons que l'on veut partager équitablement entre 6 enfants, combien dans chaque paquets ? »	DIVISION QUOTITION Recherche du nombre de parts. Ex : « On dispose de 45 bonbons, on désire fabriquer des paquets de 6 bonbons, combien de paquets ? »
--	---

PROCEDURES :

- **Procédures imagées** : en dessinant.
 - **Soustraction successives**
 - **Additions successives**
 - **Approche du dividende avec des multiples du diviseur** :
 On peut chercher le multiple du diviseur le plus proche du dividende et ajuster avec le reste.
- Ex : On doit répartir 147 gâteaux entre 15 enfants.
- ↳ Les multiples de 15 sont : 15 x 1 = 15 ... 15 x 10 = 150
- ↳ Or 15 x 9 = 135
- ↳ et 145 - 135 = 12
- ↳ On peut donner 9 gâteaux à chacun des 15 enfants et il en restera 12.

DIVISION DECIMALE

DEFINITION : La division décimale est liée à la recherche de la solution de l'équation **a = b*x** où **x** est le quotient de **a** par **b** soit **a/b**.