

MULTIPLICATION ET DIVISION

Amorcées au cycle 2, l'essentiel des compétences concernant la multiplication et la division sur les nombres entiers naturels se construisent principalement au cycle 3 (notamment pour la division). Elles sont ensuite étendues au cas du produit et du quotient d'un nombre décimal par un nombre entier naturel et du produit de deux nombres décimaux en fin de cycle 3, puis généralisées aux nombres décimaux et aux fractions au cycle 4.

→ **LES COMPETENCES SONT DE DEUX TYPES :**

↳ **Etre capable de résoudre des problèmes relevant de ces deux opérations, d'abord par des procédures personnelles** (dessins, schémas, dénombrement, calculs additifs et soustractifs) **puis en utilisant des procédures expertes** (à partir de la reconnaissance de l'opération sollicitée dans le problème).

↳ **Etre capable de produire le résultat d'un calcul, en choisissant la méthode la plus appropriée** compte tenu des nombres en jeu et des outils disponibles (calcul réfléchi, utilisation d'un algorithme, d'une calculatrice, etc).

❖ **CE QU'EN DISENT LES PROGRAMMES**

→ **Attendus de fin de cycle 2 :**

• **Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul :**

↳ Conduisant à utiliser les quatre opérations.

↳ Sens des opérations

↳ Problèmes relevant des structures multiplicatives, de partage ou de groupements (multiplication/division).

• **Calculer avec les nombres entiers**

↳ **Mémoriser faits numériques et procédures** : tables de multiplication, décompositions multiplicatives de 10 et de 100, multiplication par une puissance de 10, doubles et moitiés des nombres courants etc.

↳ **Elaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit.**

↳ **Vérifier la vraisemblance d'un résultat en estimant son ordre de grandeur** (multiplication/division, propriétés implicites des opérations, propriétés de la numération).

↳ **Calcul mental** (pour obtenir un résultat exact ou évaluer un ordre de grandeur), **en ligne** (écritures additives, soustractives, multiplicatives, mixtes) **et en colonnes** (pour la multiplication).

➔ **REPERES DE PROGRESSIVITE**

• **Les problèmes multiplicatifs s'ajoutent progressivement au cours du cycle.**

• **L'étude de la division est initiée au cours du cycle 2** dans des situations simples de partage ou de groupement.

• **CE1** : ils s'appuient sur des connaissances pour développer des procédures de calcul adaptées aux nombres en jeu **pour les multiplications.**

• **CE2** : Apprentissage d'une technique de calcul posé pour la multiplication.

• **Fin de cycle** : Ils s'appuient sur des connaissances pour développer des procédures de calcul adaptées aux nombres en jeu **pour obtenir le quotient et le reste d'une division euclidienne** par un nombre à 1 chiffre et par des nombres comme 10, 25, 50, 100.

→ **Attendus de fin de cycle 3 :**

• **Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul :**

- ↳ Mettant en jeu les quatre opérations.
- ↳ Sens des opérations.
- ↳ Relevant de structures multiplicatives.

• **Calculer avec des nombres entier et des nombres décimaux.**

- ↳ Mémoriser faits numériques ou procédures élémentaires de calcul.
- ↳ Elaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral ou à l'écrit.
- ↳ Vérifier la vraisemblance d'un résultat notamment en estimant son ordre de grandeur.
- ↳ Addition/soustraction/**multiplication/division**, propriétés des opérations, faits et procédures numériques additifs et multiplicatifs, multiples et diviseurs des nombres d'usage courant, critères de divisibilité (2 , 3 , 4, 5, 9, 10).
- ↳ Calcul mental, en ligne (utilisation des parenthèses), posé (multiplication et division), instrumenté (calculatrice : fonctions de base).

➔ **REPERES DE PROGRESSIVITE**

Dès le début du cycle les problèmes proposés relèvent des quatre opérations.

CM1	<ul style="list-style-type: none">◇ Addition et soustraction des nombres décimaux.◇ Collecte des informations à partir d'un support unique (texte, tableau ou graphique).◇ Division euclidienne dès le début du cycle.
CM2	<ul style="list-style-type: none">◇ Collecte des informations à partir deux supports complémentaires.◇ Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier.◇ Division de deux nombres entiers avec quotient décimal.◇ Division d'un nombre décimal par un nombre entier.
6ème	<ul style="list-style-type: none">◇ Tâches plus complexes mêlant plusieurs supports.◇ Organisation de données multiples et construction d'une démarche.◇ Multiplication de deux nombres décimaux.◇ Objectif : automatiser la reconnaissance de l'opération en fin de cycle 3.

- ✓ Pratique du calcul mental s'étend progressivement des nombres entiers aux nombres décimaux.
- ✓ Procédures à mobiliser se complexifient.
- ✓ Augmentation progressive du nombre d'étapes qui seront de moins en moins indiquées dans l'énoncé.
- ✓ Enrichissement de la communication de la démarche et des résultats qui prennent alors différentes formes.

❖ TYPOLOGIE DES PROBLEMES DE MULTIPLICATION & DE DIVISION

Situation de proportion simple avec présence de l'unité	
Problème de multiplication	« J'ai collé 32 timbres sur chaque page d'un album de 14 pages. Combien y a-t-il de timbres dans l'album ? » $1 \rightarrow 32$ $14 \rightarrow D$ $D = B \times C$
Problème de partage « la valeur d'une part » = division <u>partition</u> , on partage un nombre par un autre.	« J'ai collé 448 timbres dans un album de 14 pages. Il y a le même nombre de timbres sur chaque page. Combien y a-t-il de timbres sur chaque page ? » $1 \rightarrow C$ $14 \rightarrow 448$ $D = B \times C$ ou $D = (B \times C) + r$ (<i>r compris entre 0 et B</i>)
Problème de groupement « le nombre de parts » = division <u>quotition</u> , on cherche combien de fois un nombre est contenu dans un autre.	« J'ai collé 448 timbres dans un album. Il y a 14 timbres sur chaque page. Combien de pages ont été remplies ? » $1 \rightarrow 14$ $B \rightarrow 448$ $D = B \times C$ ou $D = B \times C + r$ (<i>r compris entre 0 et C</i>)
Situation de proportion simple sans présence de l'unité	
$A \rightarrow B$ $C \rightarrow D$ Ces problèmes sont résolus en faisant intervenir des procédures liées à la proportionnalité.	
Situation de comparaison → fois plus... fois moins...	
objet A → (C fois plus ou C fois moins) → objet B	
Situation de produit de mesures	
Problème de multiplication	« Quel est le nombre de carreaux d'une page quadrillée de 25 sur 60 carreaux ? » Modélisation : tableau à double entrée .
Problème de division	« Jean a 4 chemises différentes. Combien doit-il acheter de pantalons pour avoir 20 façons de s'habiller ? » Modélisation : équation ($20 = 4 * x$)

❖ PROCEDURES DE RESOLUTION

◆ POUR RECONNAITRE SI UN NOMBRE EST UN MULTIPLE DE N

- ① Chercher si le nombre dans la table de multiplication « prolongée »
- ② Essayer des nombres k tels que $n \times k$ soit égal au nombre cherché
- ③ Diviser le nombre donné par n pour voir si le reste est nul
- ④ Utiliser une propriété connue → les multiples de 5 se terminent par 0 ou 5, etc.

◆ POUR LES PROBLEMES DE MULTIPLICATION

Proportionnalité simple avec présence de l'unité

J'ai acheté 6 boîtes de 4 crayons. Combien ai-je de crayons ?

- ① Utiliser un support ou un schéma → avec des bâtons par ex.
- ② Faire des additions → $6 + 6 + 6 + 6 = 24$
- ③ Faire des multiplications → $6 \times 4 = 24$

X et Y petits

J'ai acheté 48 boîtes de 6 crayons. Combien ai-je de crayons ?

- ① Faire des additions (procédure coûteuse !) en regroupant les termes
- ② Faire une multiplication → $48 \times 6 = 288$

X grand et Y petit

J'ai acheté 48 boîtes de 34 crayons. Combien ai-je de crayons ?

- ① Faire des additions (procédure coûteuse !) en utilisant des doubles, des multiples des 10...
- ② Faire une multiplication avec éventuellement une calculatrice → $48 \times 34 = 1632$

X et Y grands

Produit de mesures

Combien puis-je composer de menus différents avec 3 entrées, 4 plats et 2 desserts ?

- ① Écriture de tous les couples possibles
- ② Arbre de dénombrement
- ③ Tableau à double entrée
- ④ Raisonnement (à chaque entrée on associe 4 plats, ce qui donne 4×3 , etc.)

◆ POUR LES PROBLEMES DE DIVISION

On range 273 œufs dans des boîtes de 12. Combien de boîtes peut-on remplir ?

- ① Dessin figuratif ou schématisé → on dessine les boîtes d'œufs ou on écrit seulement « 12 » dans des carrés.
- ② Additions « pas à pas » → $12 + 12 = 24 + 12 = 36 + 12 \dots$ ou $12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 60 + 60 = 120 \dots$
- ③ Soustractions « pas à pas » → $273 - 12 = 261 - 12 = 249 \dots$
- ④ Addition ou soustraction de multiples du diviseur → $48 + 48 = 96 + 48 = 144 \dots$
- ⑤ Pose de la multiplication à trou → c'est souvent une première étape vers une procédure plus élaborée
- ⑥ Essais de multiples successifs du diviseur pour se rapprocher du dividende → $12 \times 10 = 120$ puis $12 \times 12 = 144 \dots$
- ⑦ Essais par approches successives → 12×30 puis 12×25 puis 12×15 puis $12 \times 20 \dots$ pour se rapprocher de 273.
- ⑧ Quotients partiels au hasard → l'élève fait un essai de multiple puis retire ce multiple au dividende. Il recommence avec l'écart. $12 \times 15 = 180$, puis $273 - 180 = 93$. $12 \times 7 = 84$, puis $93 - 84 = 9 \dots$
- ⑨ Quotients partiels au hasard avec des multiples de 10.
- ⑩ Utilisation de la division.

❖ ERREURS & DIFFICULTES FREQUENTES

Dans les problèmes avec les nombres entiers uniquement

- ◇ Erreur dans le choix de la procédure de résolution : due au contexte ou à l'énoncé avec certains mots qui prêtent confusion.
- ◇ Erreur dans l'exécution de la procédure ou dans l'interprétation de calculs effectués.
- ◇ Erreurs de calcul.

Pour les problèmes avec des nombres à virgule	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Difficulté à faire intervenir la multiplication. ◇ Difficulté lorsque la « division ne s'arrête pas » à donner une réponse imprécise. ◇ Diviser un nombre entier par un nombre à virgule n'est pas au programme de primaire il faut trouver de nouvelles procédures pour ce type de problème (« combien de fois je peux avoir 9,25 dans 74 au lieu de diviser simplement).
Dans les calculs de la multiplication	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Distributivité, commutativité, associativité de la multiplication. ◇ Techniques opératoires : <ul style="list-style-type: none"> • Les tables ne sont pas parfaitement mémorisées. • La décomposition en base 10 n'est pas automatique.
Dans le calcul de la division	<ul style="list-style-type: none"> ◇ La division fournit deux résultats qu'il faut interpréter : le quotient et le reste. ◇ Techniques opératoires : <ul style="list-style-type: none"> • Il faut considérer le dividende « de gauche à droite ». • La division exige d'effectuer des divisions, multiplications, soustractions. • Si on ne pose pas les soustractions partielles, le calcul devient très complexe. • Les chiffres écrits pour le quotient sont provisoires et peuvent changer !
Dans la notion de multiple	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Confusion multiple et multiplication : « 24 est-il un multiple de 3 ? → 24×3. » ◇ Si Y est multiple de X, cela ne veut pas dire que X est multiple de Y. ◇ Extension abusive des propriétés de certains nombres : 18 est multiple de 4 car 8 est dans la table de 4.

❖ VARIABLES DIDACTIQUES

◆ POUR TOUS LES PROBLEMES :

- ◇ La familiarité avec le contexte
- ◇ La manière dont l'énoncé est formulé (*ordre des données, image donnée ou non...*)

◆ POUR LES PROBLEMES RESOLUS AVEC UNE MULTIPLICATION OU UNE DIVISION :

- ◇ **Type de problème** : les « proportions simples sont plus faciles que les « problèmes de mesure ».
- ◇ **Type de nombres utilisés** : les nombre décimaux à virgule sont problématiques.
- ◇ **Taille des nombres**
- ◇ **Outils de calculs** disponibles ou non.

◆ POUR LES PROBLEMES RESOLUS AVEC UNE DIVISION :

- ◇ **Valeur du quotient** : s'il est d'un chiffre, de deux chiffres...
- ◇ **Existence ou non d'un reste.**
- ◇ **Réponse à interpréter à partir du résultat de la division** : cela peut être le quotient, le reste, $q + 1...$

➡ COMPARAISON DE DIVERS ENONCES :

- Par rapport à la **nature des opérations**.
- Par rapport au **contexte du problème** (type **cardinal** lorsque les nombres présents désignent des quantités ; type **ordinal**, ou type **mesure** ; **même si il manque un contexte on précise qu'il y en a 3**).
- Par rapport aux **variables didactiques numériques** (ex : nombres entiers, dividendes à 2 chiffres, tables de multiplication etc...)
- Par rapport au **sens de la division** (**partage** : **valeur d'une part** ou **quotition** : **nombre de parts**).
- Par rapport au sens de la multiplication (**quadrillage** : énoncé qui induit que quand on schématise on voit des colonnes et des lignes ou groupement : élève va voir des paquets).
- Par rapport au **nombre d'étapes**.