

ADDITION ET SOUSTRACTION

Amorcées dès l'école maternelle, les **compétences** concernant l'**addition et la soustraction** sur les **nombre entiers naturels se construisent principalement entre le CP et le CE2**. Elles sont ensuite **étendues aux nombres décimaux en cycle 3**.

→ LES COMPETENCES SONT DE DEUX TYPES :

↳ **Etre capable de résoudre des problèmes relevant de ces deux opérations, d'abord par des procédures personnelles** (dessins, schémas, comptage etc) **puis en utilisant des procédures expertes** (à partir de la reconnaissance de l'opération sollicitée dans le problème).

↳ **Etre capable de produire le résultat de tout calcul additif ou soustractif, en choisissant la méthode la plus appropriée** (calcul réfléchi, utilisation d'un algorithme, d'une calculatrice, etc).

❖ CE QU'EN DISENT LES PROGRAMMES

→ Attendus de fin de cycle 1 :

- Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant 1 au nombre précédent et que cela correspond à l'**ajout d'une unité à la quantité précédente**.
- **Quantifier** des collections **jusqu'à 10**; les **composer** et les **décomposer** par **manipulations** effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassent pas 10.
- **Parler** des nombre à l'aide de leur **décomposition**.

→ Attendus de fin de cycle 2 :

- **Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul :**

- ↳ Conduisant à utiliser les quatre opérations.
- ↳ Sens des opérations
- ↳ Problèmes relevant des structures additives (addition / soustraction).

- **Calculer avec les nombres entiers**

- ↳ Mémoriser faits numériques et procédures : tables d'addition, décompositions additives de 10 et de 100, compléments à la dizaine supérieur, à la centaine supérieure etc.
- ↳ Elaborer stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit.
- ↳ Vérifier la vraisemblance d'un résultat en estimant son ordre de grandeur.
- ↳ Addition/soustraction, propriétés implicites des opérations, propriétés de la numération.
- ↳ Calcul mental, en ligne et en colonnes.

➔ REPERES DE PROGRESSIVITE

CP	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Commencent à résoudre des problèmes additifs et soustractifs. ◇ Mémorisation de faits numériques et de procédures de calculs élémentaires. ◇ Additions posées en colonnes avec 2 chiffres.
CE1	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Consolidation maîtrise de l'addition (nombres + grands avec taille différente). ◇ Apprentissage d'une technique de calcul posé pour la soustraction.
CE2	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Problèmes plus complexes (deux étapes). ◇ Consolident la maîtrise de la soustraction.

→ **Attendus de fin de cycle 3 :**

• **Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul :**

- ↳ Mettant en jeu les quatre opérations.
- ↳ Sens des opérations.
- ↳ Relevant des structures additives.

• **Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.**

- ↳ Mémoriser faits numériques ou procédures élémentaires de calcul.
- ↳ Elaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral ou à l'écrit.
- ↳ Vérifier la vraisemblance d'un résultat notamment en estimant son ordre de grandeur.
- ↳ Addition/soustraction, propriétés des opérations, faits et procédures numériques additifs et multiplicatifs, multiples et diviseurs des nombres d'usage courant, critères de divisibilité (2, 3, 4, 5, 9, 10).
- ↳ Calcul mental, en ligne (utilisation des parenthèses), posé, instrumenté (calculatrice).

➔ **REPERES DE PROGRESSIVITE**

CM1	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Addition et soustraction des nombres décimaux. ◇ Collecte des informations à partir d'un support unique (texte, tableau ou graphique).
CM2	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Collecte des informations à partir deux supports complémentaires.
6ème	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Tâches plus complexes mêlant plusieurs supports. ◇ Organisation de données multiples et construction d'une démarche. ◇ Objectif : automatiser la reconnaissance de l'opération en fin de cycle 3.

- ✓ Pratique du calcul mental s'étend progressivement des nombres entiers aux nombres décimaux.
- ✓ Procédures à mobiliser se complexifient.
- ✓ Augmentation progressive du nombre d'étapes qui seront de moins en moins indiquées dans l'énoncé.
- ✓ Enrichissement de la communication de la démarche et des résultats qui prennent alors différentes formes.

❖ **TPOLOGIE DES PROBLEMES D'ADDITION & DE SOUSTRACTION**

Composition de deux états (quantité ou mesure)	
Recherche de la totalité <i>Schéma : arbre</i>	Dans un bouquet, j'ai 8 roses et 7 iris. Combien ai-je de fleurs ? $\heartsuit + \clubsuit = \dots$
Recherche d'une partie	Dans un bouquet de 15 fleurs, j'ai des roses et 8 iris. Combien ai-je de roses ? $\heartsuit + \dots = \clubsuit$
Passage d'un état à un autre (quantité, mesure, position sur une piste graduée)	
Recherche de l' état final	Jacques avait 17 billes. Il en a gagné 5. Combien en a-t-il maintenant ? $\heartsuit \rightarrow \dots$
Recherche de l' état initial <i>Schéma : droite numérique orientée</i>	Jacques a gagné 5 billes. Il en a maintenant 22. Combien en avait-il au départ ? $\dots \rightarrow \heartsuit$
Recherche de la transformation	Sophie était sur la case 17 et elle se trouve maintenant sur la case 12. De combien de cases a-t-elle reculé ? $\heartsuit \rightarrow ? \rightarrow \clubsuit$
Comparaison d'états (quantité, mesure, position sur une piste graduée) <i>plus que... moins que...</i>	
Recherche de l'un des états	Bernard possède 25 bonbons. Il en a 5 de moins que Charles. Combien de bonbons possède Charles ? $\heartsuit - \dots$
Recherche de la comparaison <i>Schéma : « diagramme » en bâtons</i>	Dans un magasin, un saucisson vaut 5 €. À la boucherie, il vaut 7 €. De combien est-il moins cher dans le 1 ^{er} magasin ? $\heartsuit - ? - \clubsuit$
Composition de transformations	
Recherche de la transformation composée	Gérard a joué deux parties de billes. À la première partie, il gagne 7 billes. À la deuxième, il en perd 12. Au total, a-t-il gagné ou perdu des billes ? Et combien ? $+ \heartsuit \rightarrow - \clubsuit \rightarrow \dots$
Recherche de l'une des composantes	Aujourd'hui, j'ai dépensé 30 €. Ce matin, j'ai dépensé 19 €. Combien ai-je dépensé l'après-midi ? $- \heartsuit \rightarrow \dots \rightarrow \clubsuit$

➔ *A l'école primaire, le but est de travailler sur le sens plus que sur la technique.*

❖ PROCEDURES DE RESOLUTION

◆ POUR LES PROBLEMES : 3 grands types de procédures

- **Figuration de la réalité** ou **représentation de la quantité** (dessins, schémas, doigts, cubes) suivie d'un **dénombrement**. (subitizing, comptage un à un...).
- **Surcomptage ou décomptage** (comptage en avant ou en arrière) : mental ou écrit, grâce à une droite numérique...
- **Calcul sur les nombres après reconnaissance du calcul à effectuer** (ou traduction mathématique de la situation et calculs).

↳ **Raisonnement et élaboration de procédures** :

- Faire un **schéma de procédure ou de solution** qui évite tout raisonnement.
- Reasonner en s'appuyant sur le **contexte** évoqué (*lorsque l'élève transforme le problème posé pour le ramener à un type de problème qu'il sait résoudre*).
- Faire un **schéma intermédiaire**.
- Traduire l'énoncé par une **équation** (addition à trou par exemple).
- Procéder par essais et **tâtonnements**.

◆ POUR LA SOUSTRACTION POSEE : 3 techniques peuvent être enseignées

- Méthode **par emprunt** ou *cassage de la dizaine, de la centaine* etc.

↳ **Connaissances sous-jacentes** :

- Repérage des chiffres de chaque nombre.
- Equivalence entre 1 millier et 10 centaines, 1 centaine et 10 dizaines etc.
- Connaissances des différences entre nombres inférieurs à 20.

- Méthode **par complément**.

↳ **Connaissances sous-jacentes** :

- Repérage des chiffres de chaque nombre.
- Equivalence entre $a - b = ?$ et $b + ? = a$.
- Connaissances des compléments aux nombres inférieurs à 10 et à 20.

- Méthode **traditionnelle**.

↳ **Connaissances sous-jacentes** :

- Repérage des chiffres de chaque nombre.
- Propriétés de la soustraction selon laquelle, en ajoutant un même nombre aux deux termes d'une différence on obtient une différence égale à la première.
- Connaissance des différences entre des nombres inférieurs à 20.

◆ POUR LES CALCULS REFLECHIS (mise en jeu des propriétés des opérations sous-jacentes).

↳ **Pour une soustraction : 75 - 67** (choix conditionnés par des relations connues entre les nombres).

- **Faire le complément** de 67 à 75 (connaître l'équivalence des calculs).
- **Enlever 70 au lieu de 67 et ajouter 3**.
- Calculer **en ajoutant simultanément 3 à chaque terme** : $78 - 70$.

❖ DIFFICULTES FREQUENTES

<p>Dans les problèmes</p>	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Mise en relation et données et place de l'inconnue (problèmes de composition et de transformation) ◇ Difficulté des calculs en fonction de la taille et de la nature des nombres (entiers, décimaux etc). ◇ Ordre d'apparition des données dans le texte (contrat didactique). ◇ Présence de mots inducteurs d'une opération déterminée (plus, moins, gagné...) qui induisent en erreur.
<p>Dans le calcul mental de sommes et de différences</p>	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Mémorisation des tables d'addition (être capable de donner instantanément le résultat d'une table en décomposant ou en l'ayant mémorisé). Points d'appui : ajouter ou retirer 1 à des nombres < 10 ; connaître les doubles des nombres jusqu'à 10, les décompositions avec 5 ($5+3 = 8$), les compléments jusqu'à 19, la commutativité de l'addition. ◇ L'équivalence des résultats ($12 - 5 = 7 \rightarrow 12 = 7 + 5$). ◇ Mise en relation des résultats mémorisés (comprendre ce qu'il faut mémoriser et mémoriser un ensemble structuré de résultats : « si je connais $7 + 7$ je peux facilement connaître $7 + 8$ »).
<p>Dans les calculs posés de sommes et de différences</p>	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Connaître la numération décimale : un chiffre = un rang. ◇ Gestion des retenues dans la soustraction et un peu dans l'addition. ◇ Conception de « 0 » comme un chiffre à part entière. ◇ Mauvais placement des nombres décimaux ou oubli de rajouter un « 0 » pour avoir le même nombre de chiffres.
<p>Dans le calcul mental réfléchi de sommes et de différences</p>	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Conceptions erronées : un nombre décimal est composé de deux nombres entiers. ◇ L'élève ne sait pas que certains nombres facilitent les calculs : les nombres ronds.

❖ VARIABLES DIDACTIQUES

◇ Taille des nombres et taille de leurs écarts :

↳ Il y a X bonbons j'en enlève Y combien y a-t-il de bonbons maintenant ?

- X et Y sont petits : je peux utiliser les procédures.
- X est grand et Y est petit : schéma difficile, on préfère le décomptage.
- X et Y sont très voisins : l'élève peut être incité à transformer le problème en $Y + ? = X$ et à procéder par calcul mental ou comptage en avant.
- X et Y sont très grands et non voisins : calcul réfléchi, calcul posé ou avec la calculatrice.

◇ Nombres rond ou décimaux

◇ La mise à disposition ou non d'outils de calcul (calculatrice par exemple).

➡ COMPARAISON DE DIVERS ENONCES :

- Par rapport à la **nature des opérations** (problèmes additifs ou soustractifs).
- Par rapport au **contexte du problème** (type **cardinal** lorsque les nombres présents désignent des quantités ; type **ordinal** ou type **mesure**).
- Par rapport aux **valeurs numériques** (procédures de **comptage**, de calcul en **ligne** ou **posé**).
- Par rapport au **sens** (réunion ou **composition d'état**, **comparaison**, **transformation** etc).