

LA PROPORTIONNALITÉ

L'enseignement de la proportionnalité s'inscrit dans le cadre plus général de l'apprentissage du calcul et de l'organisation de la gestion de données. En particulier, il ne peut pas être séparé de celui de l'apprentissage du domaine multiplicatif.

Les compétences à acquérir concernent principalement la résolution de problèmes, avec deux objectifs :

- Reconnaître si une situation peut être mathématisée au moyen de la proportionnalité
- Être capable de mettre en oeuvre un mode de résolution adapté, en choisissant la méthode la plus appropriée compte tenu des données en jeu.

A l'école primaire, la proportionnalité n'est travaillée que dans un cadre, celui où les situations évoquent des quantités d'objets ou des grandeurs (prix, longueurs, masses, aires) :

↳ Le cadre des grandeurs où les nombres expriment des quantités ou des mesures. Dans ce cadre, il est possible d'utiliser des propriétés de la proportionnalité en leur donnant du sens : ainsi « quand j'achète une quantité trois fois plus importante, je dois payer trois fois plus » correspond à une propriété de la linéarité.

❖ CE QU'EN DISENT LES PROGRAMMES

→ **Attendus de fin de cycle 2 :**

- **Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul**
↳ Reconnaître et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée
- **Résoudre des problèmes indiquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.**
↳ Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs (graphiques représentant des variations entre deux grandeurs)
- **Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques**
↳ Reproduire une figure en respectant une échelle (agrandissement ou réduction d'une figure)

➔ REPÈRES DE PROGRESSIVITÉ

La proportionnalité doit être traitée dans le cadre de trois domaines : « nombres et calcul », « grandeurs et mesure » et « espace et géométrie ».

CM1	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Le recours aux propriétés de la linéarité (additives et multiplicatives) est privilégiée dans des problèmes mettant en jeu des nombres entiers. ◇ Les procédures de type passage par l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité sont mobilisées progressivement sur des problèmes les nécessitant et en fonction des nombres choisis dans l'énoncé ou intervenant dans les calculs.
CM2	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Situations impliquant des échelles ou des vitesse constantes peuvent être rencontrées. ◇ Le sens de l'expression « ...% de » apparaît en milieu de cycle, il faut l'utiliser avec des cas simples, aucune technique nécessaire, en lien avec les fractions d'une quantité. ◇ En fin de cycle, l'application d'un taux de pourcentage est un attendu. <u>Traduction du type</u> : « le candidat a obtenu 25% des voix » signifie « pour 100 voix, 25 voix sont en sa faveur ».

❖ TYPOLOGIE DES PROBLEMES POUR COMPRENDRE LA PROPORTIONNALITE

L'étude de la proportionnalité est envisagée à l'école primaire dans le cadre des grandeurs, dans des situations qui mettent en relation des quantités, des mesures, des prix..

Trois situations-types servent de support à des problèmes

- La proportionnalité est une **convention sociale** : Le prix de la viande est proportionnel à la masse.
- La proportionnalité permet de **modéliser un phénomène physique** (allongement du ressort) ou géométrique (le périmètre d'un cercle est proportionnel à la longueur du diamètre). Relations mises en évidence par des constructions ou des théorèmes.
- La proportionnalité sert à **définir de nouveaux concepts** : agrandissement, réduction, pourcentage, échelle..

On distingue deux grandes catégories de problèmes

- **Les problèmes de 4e proportionnelle** : on cherche le nombre manquant dans une relation.
→ A et B de même nature (A = distance réelle et B = distance sur le papier)
→ A et B de nature différente (A = distance en KM et B = durée en heures).
- **Les problèmes de comparaison de mélange** :
→ Déterminer une partie par rapport au tout : la quantité de sirop à utiliser pour X litres de boisson, en voulant des boissons de même goût.
→ Déterminer une partie par rapport à une autre : quantité de sirop à utiliser pour telle quantité d'eau.
→ Déterminer les proportions : quel mélange a le plus gout de fraise, en connaissant les quantités utilisées ?
- **Autres problèmes** (qui relèvent davantage du collège) :
→ Double proportionnalité : le prix du séjour en fonction du nombre de personnes et de nuitées.
→ Proportionnalité de type composée : 6 vaches produisent 1000 L de lait en 2 semaines, combien de litres ...?

❖ PROCEDURES DE RESOLUTIONS

➔ L'élève s'appuie sur le rapport de **linéarité**

« Pour faire 4 coupes de mousse au chocolat, j'ai besoin de 2 oeufs, de 100g de chocolat et de 30g de sucre. De quelle quantité aurai-je besoin pour faire 10 coupes ? »

		→ x 2,5
Nombre de coupes	4	10
Qté de sucre	30	75

1. L'élève s'appuie sur la propriété **multiplicative** de la linéarité (schéma ci-dessus)
2. L'élève s'appuie sur la propriété **multiplicative et additive** de la linéarité : il trouve les quantités pour 8 coupes et pour 2 coupes, puis les ajoute pour faire 10 coupes.

➔ L'élève s'appuie sur le passage par l'image de l'unité (« règle de trois »)

« J'ai acheté 6 places de concert pour 258 euros, combien je dois payer pour 15 places de concert? »

1. L'élève cherche le prix pour une place de concert : « règle de trois »

6 places → 258 euros

1 place → $258 : 6 = 43$ euros

15 places → $15 \times 43 = 645$ euros

➔ L'élève s'appuie sur le coefficient de proportionnalité (CM1)

Nombre de coupes	4	10
Qté de sucre	1	5

↓ : 2

1. L'élève doit qu'il faut deux fois moins d'œufs que de coupes.

Pour le même problème des places de concert, l'élève doit chercher par quel nombre il faut multiplier la première colonne pour obtenir la seconde.

Il obtient alors le coefficient : à l'aide d'une multiplication à trou : $6 \times ? = 258$ ou à l'aide d'une division : $258 : 6 = 43$.

(Procédure très formelle, au programme du collège, utiliser dans les situations où elle a du sens : agrandissement, engrenages...).

⚠ Le produit en croix est à proscrire car il ne s'appuie pas sur le sens !

❖ **DIFFICULTES FREQUENTES ET CONCEPTIONS ERRONEES**

• **Difficulté à identifier les grandeurs en relation dans la situation proposée :**

→ La présentation des données peut jouer (tableau, texte...)

→ Il est souvent plus intéressant de laisser cette tâche de « mise en relation » aux élèves pour qu'ils se familiarisent avec le problème (ils vont faire un tableau, des schémas...).

• **Difficulté à savoir si la situation est proportionnelle ou non :**

→ Certains élèves pensent que tous les exercices organisés en tableau relèvent de la proportionnalité

→ L'élève doit faire appel à des connaissances extérieures ou deviner l'intention du maître qui a proposé l'exercice.

• **Difficulté dans les situations de proportionnalité du type « augmentation » ou « diminution » :**

→ Pour certains élèves, augmentation et diminution appelle addition et soustraction, ce qui entraîne des erreurs dans les exercices d'agrandissement et de réduction : obstacle additif (Utilisation d'un opérateur additif ou soustractif à la place d'un opérateur multiplicatif)

• **Difficulté à choisir une procédure de résolution et à la mettre en oeuvre :**

→ Comment déterminer le coefficient de proportionnalité ? le rapport de linéarité ?

→ Problèmes dans l'exécution des calculs.

❖ **VARIABLES DIDACTIQUES**

• Les relations entre les nombres donnés (coefficient de proportionnalité simple ou complexe, rapport de linéarité simple ou complexe, entier ; décimal ; fractionnaire).

• Nombres et couples donnés (mise en évidence facile du coefficient de proportionnalité ou du rapport de linéarité).

• Contexte du problème (schéma possible ? validation par l'expérience possible ?)

• Familiarité des élèves avec le contexte du problème