

## PREMIER APPRENTISSAGE DES NOMBRES

→ **L'apprentissage des nombres naturels** (nombres entiers à l'école primaire) **début** dès l'école **maternelle** où les élèves les utilisent pour évoquer des **quantités** (aspect cardinal), puis pour **évoquer des rangs** dans une liste ordonnée (aspect ordinal). A partir du CP, commence l'étude structurée de la numération décimale et du calcul.

→ **Cependant ces derniers ne sont pas nécessairement reliés à l'idée de quantité et l'activité de dénombrement** peut rester longtemps difficile.

### ❖ CE QU'EN DISENT LES PROGRAMMES

#### → **AU CYCLE 1** :

- Construire le nombre pour exprimer les quantités
- Stabiliser la connaissance des petits nombres
- Utiliser le nombre pour désigner un rang, une position
- Construire avec rigueur des premiers savoirs et savoir-faire avec trois sous-rubriques :
  - Acquérir la suite orale des mots-nombres
  - Ecrire les nombres avec les chiffres
  - Dénombrer

#### → **Attendus de fin de cycle 1** :

- **Utiliser les nombres**
  - ↳ Evaluer et comparer avec des procédures numériques ou non numériques
  - ↳ Réaliser une collection dont le cardinal est donné. Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités, pour construire une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.
  - ↳ Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.
  - ↳ Mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.
- **Etudier les nombres**
  - ↳ Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.
  - ↳ Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.
  - ↳ Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter pour obtenir des quantités ne dépassant pas 10.
  - ↳ Parler des nombres à l'aide de leur décomposition
  - ↳ Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à 10.

#### → **AU CYCLE 2** :

Les élèves consolident leur compréhension des nombres entiers déjà rencontrés au cycle 1. Ils étudient différentes manières de désigner les nombres : écritures en chiffres, noms à l'oral, compositions-décompositions fondées sur les propriétés numériques (le double de, la moitié de..) ainsi que les décompositions en unités de numération (unités, dizaines..)

- **Dénombrer, constituer et comparer des collections**
- **Utiliser diverses stratégies de dénombrement**

↳ Procédures de dénombrement (décompositions / recompositions additives ou multiplicatives, utilisation d'unités intermédiaires : dizaines, centaines, en relation ou non avec des groupements)

- Repérer un rang ou une position dans une file ou sur une piste
- Faire le lien entre le rang dans une liste et le nombre d'éléments qui le précèdent
  - ↳ Relation entre ordinaux et cardinaux
- Comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres entiers, en utilisant les symboles =, >, <, ≠
  - ↳ Egalité traduisant l'équivalence de deux désignations du même nombre
  - ↳ Ordre
  - ↳ Sens des symboles =, >, <, ≠

On peut considérer comme exigible d'un élève entrant en CP qu'il sache :

- Dire les nombres au moins jusqu'à 30.
- Lire les nombres jusqu'à 15.
- Ecrire au moins les 10 symboles de notre système de numération (de 0 à 9) voire écrire les premiers nombres à 2 chiffres (10,11,12)
- Savoir recomposer et décomposer les premiers nombres (trois, c'est deux et encore un..)

## ❖ LES TYPES DE PROBLEMES EN MATERNELLE

Aspect **cardinal** (=dénombrement)

- **Mémoriser** une quantité
- **Comparer** des quantités
- **Anticiper** le résultat d'une augmentation ou d'une diminution

Aspect **ordinal** (=position dans une liste rangée)

- **Mémoriser** un rang
- **Comparer** le rang dans une liste
- **Anticiper** le résultat d'un déplacement

MEMORISATION	COMPARAISON	ANTICIPATION
<p>▷ <b>Problèmes d'équipotence</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Construire une collection A équipotente à une collection B.</li> <li>• Fournir une information à quelqu'un pour qu'il puisse construire une collection B équipotente à une collection A</li> <li>• Construire une collection C à partir d'une collection A : chaque élément de A correspond à 2,3,4 éléments de C.</li> </ul>	<p>▷ <b>Problèmes de comparaison :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparer 2 collections</li> <li>• Fournir une information à quelqu'un pour qu'il compare 2 collections;</li> <li>• Compléter une collection B pour qu'elle soit équipotente à une collection A.</li> </ul>	<p>▷ <b>Problèmes de modification de quantité :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trouver la quantité après ajout ou soustraction d'un objet</li> <li>• Trouver la quantité après réunions de plusieurs collections</li> <li>• Trouver le nombre d'éléments d'une des parties de la collection en connaissant le nombre d'éléments de la partie complémentaire</li> <li>• Connaître le nombre / la valeur d'une part d'une collection séparée en parts équipotentes ou non</li> </ul>
<p>▷ <b>Problèmes de repérage dans une liste :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se souvenir de la position d'un objet dans la liste</li> <li>• Fournir une information à quelqu'un pour qu'il trouve l'objet dans la liste</li> </ul>		<p>▷ <b>Problèmes de repérage des objets :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trouver le point d'arrivée d'un pion se déplaçant sur une piste graduée (sens et valeur de déplacement connus)</li> <li>• Idem : trouver le point de départ ou le sens/valeur de déplacement</li> </ul>

## ❖ LES PROBLEMES D'EQUIPOTENCE

### Construire une collection B équipotente à une collection A donnée

#### ◇ Procédures :

##### 1. Correspondance

→ **terme à terme** (associer les objets 1 à 1)

→ **paquet par paquet** (associer les objets en petites quantités)

#### Difficultés

Difficile pour les collections éloignées l'une de l'autre

Difficile si aucun élément n'est déplaçable (il faut alors relier les éléments des deux collections)

##### 2. Dénombrement

→ **subitizing** (reconnaissance immédiate de la quantité, en un coup d'oeil)

→ **comptage de un en un**

#### Difficultés

- Pour certains enfants, le dernier mot de la collection n'exprime pas la quantité globale mais désigne seulement le dernier objet pointé. Ils n'arrivent donc pas à répondre à la question « Combien..? » et reprennent systématiquement le comptage à partir de 1.

*Aide* : Déplacer les objets peut permettre de comprendre que le nombre suivant s'obtient en ajoutant une unité.

- Oublier un ou plusieurs objets - Compter deux fois le même objet

*Aide* : Déplacer les objets au fur et à mesure qu'ils sont énumérés, marquer les objets s'ils sont représentés (faire une croix ou entourer), les masquer et les découvrir un à un, aligner les objets.

- Dire deux mots-nombres en désignant le même objet

*Aide* : Le maître pointe les objets et les élèves récitent ou l'inverse ; déplacer les objets au fur et à mesure.

##### 3. Estimation approximative (ordre de grandeur)

#### ◇ Variables :

→ Place des collections (proches ou éloignées l'une de l'autre ?)

→ Organisation des objets (fixes, déplaçables, quelle disposition ?)

→ Nombre d'objets de la collection A (peu ou beaucoup ?)

→ Conditions de réalisation (combien d'essais possibles ?)

## ❖ LES PROBLEMES DE REPERAGE DANS UNE LISTE

### Fournir une information à quelqu'un qu'il puisse trouver le rang et l'objet dans une collection

#### ◇ Procédures :

##### 1. Signe distinctif

Attribuer un signe distinctif à chaque objet et indiquer le signe de l'objet voulu.

##### 2. Suite des nombres

Numéroter fictivement les objets en récitant la suite des nombres en même temps qu'on pointe les objets.

#### ◇ Variables :

→ Objets de la collection identiques ou non

→ Modalités du repérage (désigner du doigt ? écrire sur les objets ?)

## ❖ LES PROBLEMES DE MODIFICATIONS DES QUANTITES

On met X objets dans une boîte opaque, puis on y ajoute Y objets. Trouver le nombre total d'objets.

### ◇ Procédures :

1. **Recomptage** (sur les doigts, par exemple)

2. **Surcomptage**

L'enfant part du nombre de base auquel on a ajouté une quantité.

Ex : J'ai 3 billes auxquelles j'ajoute 2 billes. On compte : 3... , 4 , 5.)

**Difficulté** : Mauvais départ (ex : J'ai 3 billes auxquelles j'ajoute 2 billes. On compte : 3,4)

3. **Décomptage** (comptage en arrière, quand des objets sont ôtés)

4. **Double comptage** (ex : pour aller de 6 à partir de 3, il faut que mon pion avance de 3 cases - on accompagne avec les doigts)

**Difficulté** : Gérer 2 comptages simultanés

### ◇ Variables :

→ Taille des nombres (peu ou beaucoup d'objets ?)

→ Objets visibles en totalité, partiellement ou pas du tout

La manipulation d'objets est essentielle pour résoudre ce genre d'exercice mais elle ne doit pas être systématique. Quand l'élève a bien compris la consigne et que le matériel est connu, il doit résoudre le problème avec sa tête. On valide la réponse par la manipulation si besoin.

La **résolution** est donc une **anticipation sur l'action**

→ La **situation** doit **avoir du sens** pour l'enfant

→ Le **choix des situations** est fondamental (les situations fonctionnelles ne sont pas toujours les meilleures)

Quelques exemples d'activités concernant **la désignation des nombres** : (maternelle et début CP)

- **La mémorisation de la file numérique** intervient au travers d'activités **rituelles** répétées tous les jours : (réciter collectivement la file des nombres, chanter ou réciter des comptines..)
- **La mémorisation des symboles écrits** s'appuie également sur des activités **rituelles** de lecture : (lire la file numérique affichée dans la classe, lire les symboles dans un ordre quelconque : le maître tire d'un sac opaque des cartes sur lesquelles les symboles sont écrits, lire la date..)
- **L'écriture des symboles** sera travaillée grâce à des activités **individuelles** : (tracer les chiffres dans un support comme de la farine, du sable, former les chiffres avec de la pâte à modeler, suivre le doigt le tracé d'un chiffre avec un matériau rugueux..)

## ♥ Notion de quantité et développement psychologique de l'enfant :

▷ Existence d'un palier dans le développement psychologique de l'enfant (Piaget) au delà duquel l'enfant accède à la notion de quantité. Ce palier (5-6ans) peut être identifié par des tests dits de « **conservation des quantités** ». Tant que l'enfant est non conservant il associe la quantité à l'espace occupé (ex : déplacement de l'écart des jetons). Les récentes études ont remis en cause ces thèses mais elles ont montré qu'un travail sur les nombres entiers gardait tout son intérêt dans les apprentissages à l'école maternelle même quand il s'adresse à des enfants « **non conservants** ».

▷ On peut facilement observer que des enfants qui savent dénombrer correctement dans un certain domaine numérique (jusqu'à 5 ou 6 objets) ne sont pas forcément conservants. (maîtrise d'une procédure de comptage correcte sans pour autant que la « notion de quantité » soit clairement installée dans leur esprit)

▷ **Pratique précoce du comptage** → *retarde l'accès à la notion de quantité* car le comptage maintient l'enfant dans le « **numérotage** » plutôt que dans l'expression de la quantité elle-même.

▷ **Pratique du « dénombrement visuel » (subitizing)** → *facilite l'accès à la notion de quantité* car elle conduit à associer directement la collection au nombre. (*constellations* ☐ : *collections organisées comme sur les faces d'un dé*), *doigts de la main, cartons éclairés, jeux de doigts*)

## ♥ Les 5 principes de Gelman pour le comptage :

1. **Principe de correspondance terme à terme** (à chaque élément on fait correspondre **un mot-nombre**)
2. **Principe de suite stable** (les mots-nombres doivent toujours être récités dans le même ordre)
3. **Principe cardinal** (le dernier **mot-nombre** prononcé désigne le **cardinal** de la **collection**)
4. **Principe de l'indifférence de l'ordre** (les éléments peuvent être comptés dans n'importe quel ordre)
5. **Principe d'abstraction** (des éléments différents peuvent être rassemblés et comptés ensemble)