

NUMERATION DÉCIMALE

L'enseignement de la désignation des nombres entiers naturels doit prendre en compte les deux systèmes que nous utilisons :

→ **Le système qui utilise des chiffres**, donc écrit (numération chiffrée)

→ **Le système qui utilise des mots**, et qui donne lieu à une expression orale ou une expression littérale (numération orale)

Cet apprentissage se termine à l'école élémentaire avec l'étude des grands nombres (exprimés en millions et en milliards).

❖ CE QU'EN DISENT LES PROGRAMMES

→ **Attendus de fin de cycle 2 :**

• **Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer** (cf. programmes « premier apprentissage des nombres »)

↳ Dénombrer, constituer et comparer des collections

↳ Utiliser divers **stratégies** de dénombrement

- Procédures de dénombrement (décomposition / recombinaisons additives ou multiplicatives, utilisations d'unités intermédiaires : dizaines, centaines, en relation ou non avec des groupements)

↳ **Repérer un rang ou une position dans une file** ou sur une piste

↳ **Faire le lien entre le rang dans une liste et le nombre d'éléments qui le précèdent**

- Relation entre ordinaux et cardinaux

↳ Comparer, ranger, encadrer, **intercaler des nombres entiers**, en utilisant les symboles =, <, >.

- Egalité traduisant l'équivalence de deux désignations du même nombre
- Ordre
- Sens des symboles

• **Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers**

↳ **Utiliser diverses représentations des nombres** (écritures en chiffres et en lettres, noms à l'oral, graduations sur une demi-droite, constellations sur des dès, doigts de la main..)

↳ **Passer d'une représentation à une autre**, en particulier associer les noms des nombres à leurs écritures chiffrées.

↳ **Interpréter les noms des nombres** à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques.

- Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres)
- Valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position)
- Noms des nombres

↳ **Associer un nombre entier à une position** sur une demi-droite graduée, ainsi qu'à la distance de ce point à l'origine.

↳ **Associer un nombre ou un encadrement à une grandeur** en mesurant celle-ci à l'aide d'une unité.

- La demi-droite graduée commode de représentation des nombres grâce au lien entre nombres et longueurs
- Lien entre nombre et mesure de grandeurs, une unité étant choisie

→ **Attendus de fin de cycle 3 :**• **Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux**

↳ Composer, décomposer les **grands nombres entiers**, en utilisant des regroupements par milliers
 - Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers, millions, milliards) et leurs relations

↳ Comprendre et appliquer les règles de la numération aux grands nombres (jusqu'à 12 chiffres)

↳ Comparer, ranger, encadrer les grands nombres entiers, les repérer et les placer sur une demi-droite graduée adaptée.

↳ **REPÈRES DE PROGRESSIVITÉ**

CP	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Dire les nombres au moins jusqu'à 30. ◇ Lire les nombres jusqu'à 15. ◇ Ecrire au moins les 10 symboles de notre système de numération (de 0 à 9) voire écrire les premiers nombres à 2 chiffres (10,11,12) ◇ Savoir recomposer et décomposer les premiers nombres (trois, c'est deux et encore un..)
CE1	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Reprise de l'étude des nombres jusqu'à 100 (désignation orale + stratégies de calcul mental ou écrit) ◇ Etude de la numération décimale écrite (centaines, dizaines, unités simple) est étendue par paliers, jusqu'à 200 puis 600 et éventuellement 1000
CE2	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Etude de la numération décimale écrite (centaines, dizaines, unités simples) jusqu'à 10 000.
CM1 - CM2	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Les nombres sont abordés jusqu'à 1 000 000 puis progressivement jusqu'au milliard.

❖ **LES TYPES DE PROBLÈMES EN MATERNELLE**

→ Problèmes de **codage** (de la collection à l'écriture chiffrée)

→ Problèmes de **décodage** (de l'écriture chiffrée à la construction de la collection)

→ Problèmes de **comparaison de données** chiffrées

→ Problèmes de **suites** (des nombres de un en un, de dix en dix..)

→ Problèmes de **nombres sur une ligne graduée** (placer les nombres)

❖ **LES PROBLÈMES DE CODAGE (LA QUANTITÉ → ÉCRITURE CHIFFRÉE)**

Organiser une collection importante pour pouvoir écrire facilement le nombre d'objets qu'elle contient ;

◇ **Procédures :**1. **Groupements**

→ **groupements successifs de 10** (1 dizaine puis 10 dizaines etc..)

→ **groupements et échanges par 10**

10 carrés = 1 triangle (1dizaine)

10 triangles = 1 rond (1 centaine)

10 ronds = 1 losange (1 millier)

Connaissances établies avec les élèves à partir de ces deux procédures :

- La régularité des groupements successifs par 10
 - Les égalités (1 dizaines = 10 unités ; 1 centaine = 10 dizaines ; 1 centaine = 100 unités)
 - Chaque type d'unité de numération (unité, dizaine..) correspond à une position (un rang) dans l'écriture
 - Le rôle de 0 pour marquer l'absence d'unité d'un certain type
 - Les décompositions associées : (2105 = 1000 + 1000 + 100 + 5 ou $2 \times 1000 + 1 \times 100 + 5$)
- *Activités* : La monnaie (billets et pièces de 1€, 10€, 100€ seulement) ; le boulier

❖ LES PROBLÈMES DE DECODAGE (ÉCRITURE CHIFFRÉE → LA QUANTITÉ)

Construire une collection dont le nombre d'objets est donné par son écriture décimale

◇ Procédures :

Les procédures sont les mêmes que celles des problèmes de codage ; elles sont juste utilisées différemment.

Ex : Je dois acheter 2340 timbres. Ils sont vendus en pochette de 100 et en carnets de 10. Combien de pochettes et de carnets dois-je acheter ?

On décompose 2340. 2 milliers → 1000 = 10 centaines, donc 2000 = 20 centaines
 + 3 centaines → ceci nous donne 23 centaines
 + 4 dizaines → 4 carnets
 = 23 pochettes et 4 carnets

Aide : On peut utiliser un **tableau de numération**. Ceci est utile notamment quand il y a un 0 au milieu du nombre, car il peut induire en erreur les élèves.

Millier	Centaine	Dizaine	Unité
1000	100	10	1
2	3	4	0

❖ LES PROBLÈMES DE COMPARAISON

Au cycle 1, les problèmes de comparaison concernent surtout les collections elle-mêmes. A partir du cycle 2, la comparaison de quantités suppose la comparaison de nombres à partir de leurs écritures chiffrées. Les élèves élaborent d'abord des procédures personnelles de comparaison, puis ils apprennent une procédure experte.

◇ Procédures :

1. Comparaison des chiffres qui composent le nombre

→ Si 2 nombres n'ont pas le même nombre de chiffres : **celui qui a le plus grand nombre de chiffres est le plus grand**

→ Si 2 nombres ont le même nombre de chiffres : **on compare en partant du chiffre du gauche**, soit nombre après nombre soit en superposant les nombres terme à terme

2. Décomposition du nombre

→ Représentation par des quantités $2560 = MM + CCCCC + DDDDDD$

$2542 = MM + CCCCC + DDDD + UU$

→ Même méthode mais mentalement

Difficultés communes aux deux types de procédures :

$46 > 203$: L'élève compare les chiffres 4 et 2 « de gauche » sans se soucier de la valeur qu'ils représentent (4 dizaines pour l'un et 2 centaines pour l'autre).

$23 < 17$: L'élève (CP) n'a pas compris le principe d'écriture des nombres et pense que les chiffres s'additionnent. Il y a confusion pour lui, entre 23 et $2 + 3$ et entre 17 et $1 + 7$, ce qui conduit à $5 < 8$.

$123 < 56$: parce que $3 < 6$

❖ PRODUIRE DES SUITES

L'organisation de la suite de nombres écrits en chiffres, parfaitement régulière, correspond aux effets des groupements en base dix.

◇ Procédures :

1. On ajoute 1 à chaque fois
2. On imagine qu'on ajoute une dizaine à chaque fois

Difficultés et erreurs communes aux deux types de procédures :

Passage de 209 à 210 : $9 + 1 = 1$ dizaine (on passe à la dizaine supérieure)

Passage de 299 à 300 : $9 + 1 = 1$ dizaine ; et comme c'est 99, on passe à la centaine supérieure.

Après 29 l'élève écrit 39 : pour l'élève, quand on passe au-dessus de 9, on augmente de 1 le chiffre de gauche.. mais il oublie que celui de droite doit être égal à 0 !

Après 20, l'élève écrit 210 : pour lui « après 9, il y a 10 »

Après 310, l'élève écrit 320 : l'élève ne considère pas 0 comme un chiffre comme les autres

Aide :

Si ces suites écrites doivent être bien maîtrisées par les élèves, il est important, pour le maître, de ne pas confondre la compréhension et la maîtrise de l'algorithme avec celles des fondements scientifiques (le rôle des groupements et des échanges) de notre système de numération.

Il est important d'afficher la suite des nombres : mètre de couture, tableaux de nombres 10×10 , bandes numériques graduées..

❖ PLACER DES NOMBRES SUR UNE LIGNE

La compétence relative au placement de nombres sur une ligne graduée apparaît dès le CE1. Elle fait suite aux travaux de la GS et du CP organisés autour de fils numériques du type jeu de l'oie. Au CE1, les repères sont placés de 1 en 1 et le placement revient à un travail sur la suite des nombres de 1 en 1. Plus tard, le pas de la graduation pourra être différent (de 5 en 5, de 10 en 10 ou de 100 en 100)

◇ Procédures :

1. Placer ces repères précisément (grâce au comptage des graduations par exemple)
2. Placer ces repères de manière approximative quand les graduations ne permettent pas de placer le nombre précisément.

Difficultés et erreurs communes aux deux types de procédures :

L'élève ne tient pas compte du « pas » choisi (selon lui, le pas = 1 à chaque fois)

L'élève ne tient pas compte de la relation entre les nombres (il place 325 pile au milieu de 300 et 400, au lieu de le situer à la fin du premier quart).

Désignation orale des nombres

Suite orale des nombres (comptine numérique)	
Difficultés fréquentes	<ul style="list-style-type: none"> ◇ De 11 à 19 : irrégularités onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize. Mémorisation indispensable. ◇ De 60 à 99 : irrégularités à partir de soixante. On peut associer « soixante » à 6 ou 7 (62 ou 72) et « quatre vingts » à 8 ou 9 (82 ou 92). ◇ Nature des irrégularités avec des compositions variées : <ul style="list-style-type: none"> - Soixante-dix : composition uniquement additive : $60 + 10$ - Quatre-vingts : composition multiplicative : 4×20 - Quatre-vingt-dix : composition des 2 types : $4 \times 20 + 10$
Correspondance : désignation orale - désignation chiffrée	
Difficultés fréquentes	<ul style="list-style-type: none"> ◇ De 60 à 99 : même difficulté que pour la suite orale ◇ Au-delà de 100 : le système de lecture des nombres doit devenir systématique <i>Aide</i> : travail de décomposition des nombres sous forme canonique (avec les puissances de 10) 2393 : (2×1000 : deux-mille ...) ◇ Les grands nombres : il faut organiser le système de lecture en paquets de 3 en commençant par la droite. Placer les mots : millions, billions, trillions.. → <i>Cause des difficultés</i> : La numération orale est en grande partie additive alors que la numération écrite est positionnelle; Le passage de l'oral à l'écrit suppose de « retranscrire » en positionnelle ce que l'on entend en additif.
Erreurs fréquentes	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Soixante-seize → « 616 » : soixante appelle « 6 » et seize appelle « 16 » ◇ Soixante-seize → « 6016 » : soixante appelle « 60 » et seize appelle « 16 » ◇ Deux-mille-cinquante → « 250 » : l'élève ne tient pas compte du rang (mille) car il ne sait pas l'écrire. ◇ Deux-mille-cinquante → « 200050 » : écriture de chaque terme entendu
Comparaison de nombres exprimés verbalement	
Difficultés fréquentes	<p>Plus le mot est long, plus les élèves pensent que le chiffre est grand. Il faut plutôt leur proposer de se baser sur le mot entendu avant « mille » par exemple, ou avant « cent ».</p> <p>→ Les élèves doivent comprendre qu'à l'oral le nombre de mots utilisés ne joue pas le rôle joué par le nombre de chiffres dans les écritures chiffrées, la longueur de l'écriture ne donnant aucune indication sur la taille d'un nombre.</p>

▷ Matériels de numération au cycle 2 :

Pour donner du sens à l'écriture chiffrée usuelle des nombres entiers (aussi appelés « écriture réduite »), c'est à dire pour faire comprendre aux élèves les règles de la numération écrite, on a recours au cycle 2, à divers matériels dont le principe est de pouvoir faire apparaître les groupements par paquets de 10.

- **Les cubes emboîtables** (matériel appelé **multibase**) avec lequel on peut constituer les dizaines en emboîtant dix cubes les uns dans les autres
- **Les boîtes de Picbille**, les dizaines sont matérialisées par des boîtes qui renferment 10 jetons. Quand la boîte est pleine, elle est fermée : on ne voit plus les jetons, ce qui matérialise l'échange.
- **L'utilisation de la monnaie** dans le travail sur la compréhension des règles de la numération écrite. Ainsi, 10 pièces de 1€ peuvent être échangées contre un billet de 10€.

▷ Matériels de numération en fin de cycle 2 et cycle 3 :

A partir du CE2, la taille des nombres utilisées rend difficile le recours à des matériels de numérations pour représenter ces nombres. En revanche, on utilisera beaucoup **le tableau de numération** en lui donnant de nouvelles colonnes (milliers, dizaines de milliers..)